

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

Укрупненная группа направлений подготовки	44.00.00 Образование и педагогические науки
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Функциональный анализ»** для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений,  
канд. физ.-мат. наук, доцент

Д. В. Лиманский

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и  
дифференциальных уравнений.  
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а.

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий  
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.  
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.  
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р пед. наук, проф.  
16.04.2025 г.

Е.И. Скафа

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы, Математический анализ 1, Математический анализ 2, Алгебра, Аналитическая геометрия, Комплексный анализ, Дифференциальная геометрия и топология.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Курсовая работа по профилю обучения, Основы математического моделирования, Научные основы школьного курса математики, Численные методы, Производственная практика: научно-исследовательская работа.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.7 Функциональный анализ
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	2 / 72

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	6	14	–	28	30	72	экзамен

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная подготовка в области функционального анализа: развитие у студентов абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, формирование у студентов научного подхода, овладение студентами совокупностью математических знаний о методах решения основных задач функционального анализа и интегральных уравнений; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

**4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ  
ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ  
И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-4. Способен применять знание основных положений математической науки и информатики, основных положений истории развития математики и информатики, эволюции математических идей в профессиональной деятельности.	ПК-4.1. Применяет классические и современные математические методы для решения задач функционального анализа.  ПК-4.2. Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса.	ПК-4.1.1. Знает основные понятия и утверждения функционального анализа. ПК-4.1.2. Знает основные методы решения задач функционального анализа. ПК-4.1.3. Умеет применять полученные теоретические знания для решения стандартных задач функционального анализа.  ПК-4.2.1. Умеет проводить педагогическое наблюдение, использовать различные методы, средства и приемы текущего контроля и обратной связи стандартных задач. ПК-4.2.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы для решения задач по функциональному анализу, организовывать поиск решения нестандартной задачи. ПК-4.2.3. Аргументированно выбирает метод решения задачи, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символического) результата, оценивает и анализирует полученный результат.

**5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Метрические пространства	1.1. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Полные метрические пространства. 1.2. Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке. 1.3. Предкомпактные множества. Теорема Арцела.
Раздел 2. Нормированные пространства	2.1. Скалярное произведение. Гильбертовы пространства. Неравенство Шварца. 2.2. Ортогональная проекция. Ортогональное дополнение. 2.3. Ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. 2.4. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.
Раздел 3. Линейные функционалы.	3.1. Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Сопряженное пространство. 3.2. Теорема Хана – Банаха. Общий вид функционала в некоторых пространствах.
Раздел 4. Операторы	4.1. Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. 4.2. Спектр и резольвента оператора. Компактные операторы.

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Метрические пространства	<b>4</b>	–	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>
Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Полные метрические пространства	2	–	4	4	10
Сжимающие отображения. Теоремы о неподвижной точке	1	–	2	2	5
Предкомпактные множества. Теорема Арцела	1	–	2	2	5
Раздел 2. Нормированные пространства	<b>4</b>	–	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>
Скалярное произведение. Гильбертовы пространства. Неравенство Шварца	1	–	2	2	5
Ортогональная проекция. Ортогональное дополнение	1	–	2	2	5
Ортонормированные системы. Процесс ортогонализации	1	–	2	2	5
Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля	1	–	2	2	5
Раздел 3. Линейные функционалы	<b>3</b>	–	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>15</b>
Линейные ограниченные функционалы. Норма функционала. Сопряжённое пространство	1	–	2	2	5
Теорема Хана – Банаха. Общий вид функционала в некоторых пространствах	2	–	4	4	10
Раздел 4. Операторы	<b>3</b>	–	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>17</b>
Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Теорема Банаха об обратном операторе	2	–	4	4	10
Спектр и резольвента оператора. Компактные операторы	1	–	2	4	7
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	<b>14</b>	–	<b>28</b>	<b>30</b>	<b>72</b>

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 7.1. Контрольные вопросы

Метрические пространства

1. Принцип сжимающих отображений и его применения.
2. Теорема Арцела.

Раздел 2. Нормированные пространства

3. Скалярное произведение. Неравенство Шварца.
4. Процесс ортогонализации.

### Раздел 3. Линейные функционалы

5. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейных функционалов.
6. Теорема Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала на гильбертовом пространстве.

### Раздел 4. Операторы

7. Теорема Банаха об обратном операторе.
8. Основные свойства спектра ограниченного оператора.

#### 7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Раздел 1. Метрические пространства: проверка, является ли данное пространство метрическим; исследование последовательности на сходимость в метрическом пространстве, исследование множества на предкомпактность.

Раздел 2. Нормированные пространства: проверка принадлежности данного элемента данному нормированному пространству; нахождение нормы элемента; ортогонализация системы векторов в гильбертовом пространстве.

Раздел 3. Линейные функционалы: исследование функционала на линейность и ограниченность; нахождение нормы функционала (по определению и с использованием специальных теорем); нахождение расстояния от элемента до подпространства.

Раздел 4. Операторы: исследование оператора на линейность и ограниченность; нахождение нормы оператора; нахождение спектра и резольвенты оператора; исследование интегральных уравнений с вырожденным ядром.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по изученным темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

#### 7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

В зависимости от ведения учебного процесса в традиционном (очном) формате или с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может включать теоретические вопросы (из приведенного выше списка) и (или) практические задания по изученным в данном семестре темам (см. выше типы задач).

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и лабораторных занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

## 8.1. Семестр 6

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольная работа по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

## Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

## 10.1. Основная литература

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа: [Учеб. пособие мат. специальностей ун-тов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд. - М. : Наука, 1989. - 624 с.

2. Машаров, П. А. Функциональный анализ: учеб. пособие / П. А. Машаров, Д. В. Лиманский. – Донецк: ДонГУ, 2024. – 150 с.

3. Деркач, В. А. Задачи к курсу функционального анализа: Метод. пособие: [для студентов специальностей "Математика", "Статистика" и "Прикладная математика" всех форм обучения]. Ч. 2: Линейные функционалы / В. А. Деркач, И. Ю. Доманов, М. М. Маламуд. - Донецк : ДонГУ, 2006. - 46 с.

#### 10.2. Дополнительная литература

4. Березанский, Ю. М. Функциональный анализ : Курс лекций / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. - Киев: Выща шк., 1990. - 600 с.

5. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учеб. пособие для ун-тов по специальности "Математика" и "Прикл. математика" / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - 2-е изд. - М. : Физматлит, 2002. - 239 с.

### 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

### 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).